

波浪統計 - 低次の非線形性を有する純確率模型 と風洞実験 -

古川 那津恵^{*1,†} ・ 増田 章^{*2} ・ 石橋 道芳^{*2}

(平成18年10月31日 受理)

Statistics of Waveheights - Numerical Simulation with a Purely Stochastic Model and Laboratory Experiments in a Wind Flume -

Natsue FURUKAWA, Akira MASUDA and Michiyoshi ISHIBASHI

[†]E-mail of corresponding author: natsue@riam.kyushu-u.ac.jp

Statistics of waveheights is investigated in relation to freak waves. First, numerical simulation was made with a purely stochastic model that takes into account only low-order (rather artificial) nonlinearity of water waves. The model tends to yield abnormally large waveheights more frequently than the Rayleigh distribution predicts, in qualitative agreement with recent many papers. The result suggests the mechanism of frequent appearance of freak waves may be simple. Then, real wind-waves in a wind-flume were measured for a long time under the same wind condition. The distribution of waveheights thus obtained was deviated significantly from both the classical Rayleigh distribution and that due to the simulation with the stochastic model. The result shows that wind alters the statistics of water waves significantly, at least in the wind-flume.

Key words : *freak wave, Rayleigh distribution, waveheight statistics, wind-flume experiment*

1. 緒 言

海では大波が突然現れることがある。北海で観測された "New Year Wave" は有義波高の 2.4 倍もの波高 (25.6m) があったといわれる。このような予想もつかない大波高の波を異常波浪と呼んでいる。もちろん、線形の純確率過程でも偶然に巨大波が出現することはある。問題は、実際に現れる大波高の波の頻度が標準想定値¹⁾より高いかどうかである。また実際の確率はどうかかということなのである。レイリー分布よりは高いらしいという報告が増えてきた²⁾³⁾。そのため、波高分布が問題になってきたのだと思われる。大波高の波は船舶の沈没や海洋構造物の損壊を引き起こす危険な波だからである。

異常波浪が現れる仕組みとして、波浪の非線形性に言及する論文が多い⁴⁾。例をあげると、沿岸付近では孤立波に関連づける議論がある⁵⁾。また、直接模擬数値実験から渦無しの水面波の時間発展を追い非線形効果で確かに異常波の出現頻度が大きくなることを確認し波群の構造の非線形挙動が異常波浪の発生に関わることを示唆しているものもある⁶⁾。

上記のように、異常波浪が考えたよりも頻繁に現れる

理由を高次の非線形力学機構に求める向きが多い。とくに側帯波不安定に言及する論文が少なくないようである⁷⁾。しかし、定性的には単純な確率過程のみで説明できるのではないか。それが、本研究の出発点である。目的の一つは、純粋な (動力学を含まない単純な) 確率過程でも低次の非線形性を考慮すれば巨大波の出現頻度が顕著に増えることを純化した形で示すことにある。第二の目的は、条件を制御できる風洞水槽に発生させた風波で実際の波高分布を求め、従来の議論と比較するとともに、波高分布を決める仕組みを探ることである。

2. 非線形確率過程の模擬計算

t を時刻とし、水位 $\eta(t)$ は $\overline{\eta^2(t)} = 1$ となるように規格化しておく。● は ● の平均を表す。スペクトルが狭帯域で線形の波なら波高 H はレイリー分布に従うとされている。線形でも帯域が広ければ、大波高の出現確率は寧ろレイリー分布より小さくなる。また、非線形性を考えると大波高の出現確率が増大するという研究もある。ここでは更に人為的な純確率模型の模擬計算を行い、大波高の出現確率がレイリー分布より大きくなること、この結果だけなら複雑な力学は不要なことを示す。前提とするのは、低次非線形挙動は「一般化した不規則なストー

*1 大気海洋環境システム学専攻 研究生

*2 応用力学研究所力学シミュレーション研究センター

クス波の集合」⁸⁾⁹⁾ という概念で大まかに記述できるという
ことである。

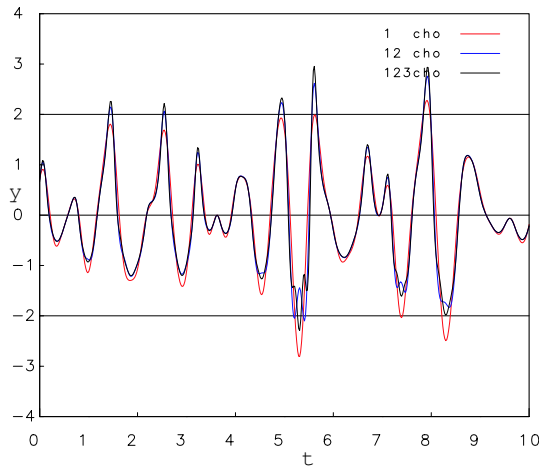


Fig. 1 An example of time series of the surface displacement simulated with the purely stochastic model: linear model (red), 2-nd order model (blue) and 3-rd order model (black). The abscissa is the time normalized by the period of principal waves and the ordinate is the surface displacement normalized by its root mean square.

2.1 線形確率過程

水位変動 η の線形模型を二種試した。一つは中心周波数 ($\omega = 1$) 付近のある周波数幅内に乱数で振幅 a 、周波数 ω 、初期位相 ϵ を決めた m が 20 から 100 個の基本波を重ねる人工的模型である。もう一つでは、波浪の Pierson-Moskowitz または JONSWAP 形の周波数スペクトルを模すことにする。式で書くと線形的水位 η_1 は

$$\eta_1(t) = \sum_j a_j \cos \omega_j(t + \epsilon_j)$$

となる。線形模型では、スペクトル形だけで波高分布が決まる筈である。

2.2 非線形確率過程

Stokes 波の倍調、三倍調を模した非線形水位変動を線形模型に加える。

$$\eta_2(t) = \sum_{j,l} a_j a_l f_2(j,l) \cos[\omega_j(t + \epsilon_j) + \omega_l(t + \epsilon_l)]$$

$$\eta_3(t) = \sum_{i,j,l} a_i a_j a_l f_3(i,j,l)$$

$$\times \cos[\omega_i(t + \epsilon_i) + \omega_j(t + \epsilon_j) + \omega_l(t + \epsilon_l)]$$

$$\eta_{12} \equiv \eta_1 + \eta_2, \quad \eta_{123} \equiv \eta_{12} + \eta_3$$

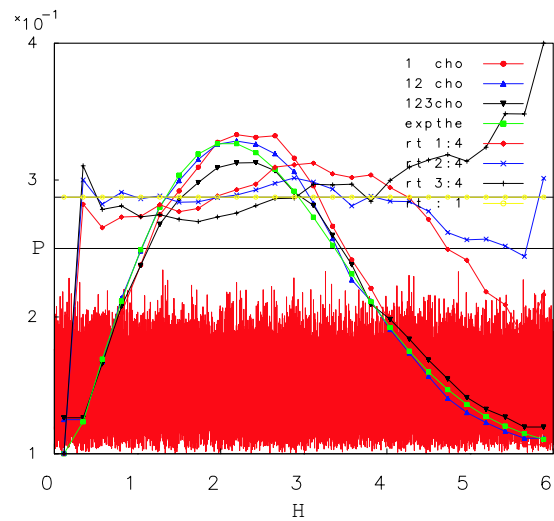


Fig. 2 Histogram or PDFs (probability distribution functions) of waveheights due to the simulation based on the purely stochastic model for the Pierson-Moskowitz frequency spectrum: linear model (red), 2-nd order model (blue), 3-rd order model (black), and the Rayleigh distribution (green). The abscissa is the waveheight normalized by $\sqrt{\eta^2}$. Fairly horizontal curves with the same colors as above indicate the ratio of the PDF of the models to that of the Rayleigh distribution (the yellow horizontal line means the level of unity). The red rugged line in the lower part shows the waveheights of individual waves (of the linear model) as a kind of time series. In this case, the abscissa is the ordinal number of individual waves and the ordinate is the waveheight normalized by $\sqrt{\eta^2}$. The straight and horizontal black line indicates $H = 8\sqrt{\eta^2} = 2H_{1/3}$, the ordinary criterion for freak waves.

として η_1 、 η_{12} 、 η_{123} (一階、二階、三階の水位と呼ぶ) を求める。一階が線形模型、二(三)階が二(三)次までの非線形模型である。 f_2 、 f_3 の形は水面波の理論⁸⁾ から決めることができるがこの種の議論はしないことにする。あえて人為的に $f_2 = f_3 = 1$ や

$$f_2(i,j) = \frac{\omega_i^2 + \omega_j^2}{4}, \quad f_3(i,j,k) = \frac{\omega_i^2 \omega_j^2 + \omega_j^2 \omega_k^2 + \omega_k^2 \omega_i^2}{8}$$

という Stokes 波三次展開に似た形を試す。この非線形純確率過程は側帯波不安定や非線形伝達四波共鳴とは関係がない。高次の非線形性がなくても、異常波浪の出現頻度が増すことを定性的に説明出来るかどうかを試すことが狙いだからである。

Fig.1 にこの確率模型に基づく波形の一例を示す。帯域幅の広い Pierson-Moskowitz スペクトルを模し非線形効果をやや強調して見ている。一次だけでもいろいろな

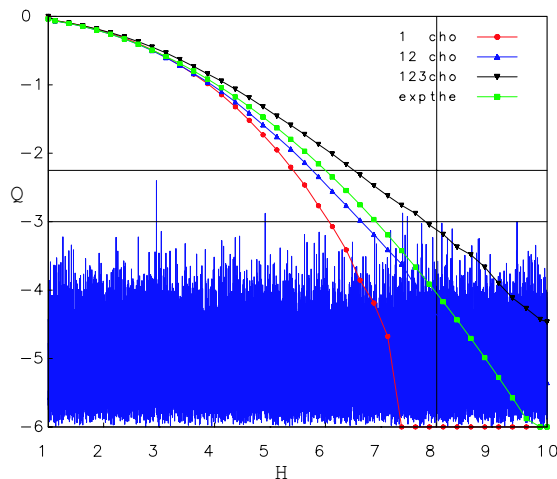


Fig. 3 Logarithm of the distribution of waveheights accumulated from above for the simulation of the Pierson-Moskowitz frequency spectrum: linear model (red), 2-nd order model (blue), and 3-rd order model (black); the same distribution corresponding to the Rayleigh distribution is drawn by a green curve. The abscissa is the waveheight normalized by $\sqrt{\eta^2}$, and the vertical straight line at $H = 8$ indicates the usual criterion for freak waves. In this figure, the waveheights of individual waves of the 2-rd nonlinear model are drawn by a blue rugged line in the lower part. The lower horizontal line indicates $H = 10\sqrt{\eta^2} = 2H_{1/3}$ and the upper line $H = 10\sqrt{\eta^2} = 2.5H_{1/3}$.

周期の波が重なっていることが分かる。二次の非線形性で波の山が高く尖り、波の谷が浅くなだらかなる¹⁰⁾。一方、三次の効果はこの図ではほとんど見えない。

2.3 解析手順

上のようにして 10000 個程度の波を含む時系列を作る。非線形度を変えると二階、三階の効果を増減することができる。このようにして模擬した確率量としての水位時系列からその分散 η^2 を求める。線形・非線形のどちらでも、水位時系列を $\sqrt{\eta^2}$ で規格化し、zero-up cross 法を用いて波高・周期結合確率分布を求める。 $\sqrt{\eta^2}$ を基準として吟味するため、有義波高を $H_s \equiv 4.00\sqrt{\eta^2}$ で定義しておく。

2.4 模擬計算結果の概略

Fig.2 は $6\sqrt{\eta^2}$ より小さい波高の頻度分布を示す。横軸は $\sqrt{\eta^2}$ で規格化した波高 H/H_s を表す。但し簡単に H と書いている。また縦軸は波高の頻度分布 P を表す。異常波浪で問題にしている大波高の波の頻度は極めて小さいので累積頻度で様子を見ることにする。それが Fig.3

である。ここに累積頻度とは指定した波高より大きい波高を有する波の頻度を意味し

$$Q(H) \equiv \int_H^{\infty} P(H) dH$$

で定義する(前に述べたとおり、 H は規格化済みの波高である)。両方の図で緑色は、レイリー分布に対応するもので、赤色は線形模型、青色は非線形模型、黒色は三階の非線形模型を表している。帯域幅の広い Pierson-Moskowitz 周波数を想定して行った模擬計算の結果である。図の下部で激しく変動する線は個々の波の波高を表現した一種の時系列である。その場合、横軸は波の出現順序になる。また、赤 (Fig.2), 青 (Fig.3) の色はそれぞれ線形模型および二階の非線形模型に対応することを意味する。

このような結果から次のことを確かめ、あるいは見出した。

(1) 模擬計算の水位分布は風洞水槽で起こした風波の水位分布に似ているところもあれば異なる点もある。非線形効果で歪度は正になり尖度は 3 より大きくなる。

(2) 帯域幅の狭い線形模型ではレイリー分布に近い。

(3) 帯域幅が狭くない場合では線形でもレイリー分布から外れる。とくに高波高部分ではレイリー分布より頻度が下がっている (Fig.3)。有義波高付近という主要部でも顕著な差がでる (Fig.2)。

(4) ここで見た人工的な純確率模型でも、非線形なら高波高の頻度が大きくなる。非線形度にも依存するが高波高の頻度はレイリー分布より顕著に大きくなり得る。二階模型より三階模型の方が高波高の頻度が大きく出る (Fig.3)。

(5) 三階の模型 (Fig.3) では有義波高の 2.5 倍近い異常な波高が見えるが、大波高の波が連なっているわけではなかった。これは、New Year Wave と同様である。

但し、実験の数・種類が十分とは言えないので、いずれの結論に対しても、もう少し慎重な吟味・検討が必要であると思われる。

3. 風洞水槽で起こした風波の波高分布

海上の風波を同一条件で計測することは難しいので風洞水槽実験を行うことにした。応用力学研究所の風洞水槽を用いた。風洞水槽は、縦 2m、横 1.5m、長さ 54m、平均水深 1.2m である。

制御した風速を維持して一回の実験に数日かける。50 万波に及ぶ波の波高分布を求めたところ、思いがけない結果を得た。風域(発生域)にある風浪の波高分布は、レイリー分布とも前節の模擬計算の結果とも大きく異なる (Figs.5-6)。(異常波浪の基準となる)有義波高の二倍より大きい波高の波は一つも見られなかった。波高の時系列を表す Fig.6 の赤線で下の側の黒い横線 ($H = 8$) を越すものは一つもない。有義波高付近でもレイリー分布

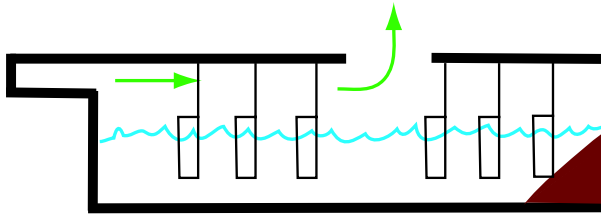


Fig. 4 Schematic view of the experiment. Waves are generated by steady wind in the former half of the flume. The wind blows out of the flume at the open ceiling around the middle of the flume, so that there is no wind effect in the latter half of the flume. The surface displacement is measured at six fetches, including both generation and decay areas.

との違いが大きい (Fig.5)。青線 (レイリー分布との比) が 0.6 や 1.4 を示している。また波高分布の幅が狭い。波高の小さな波も大きな波も少なく粒がそろっている。

最近の論文では、波の非線形性が増せば異常波浪が増えると主張するものが多いし、前節で見た模擬計算の結果もそうだった。発生域の波浪は海上の波浪より非線形性が高い。例えば、ピーク周波数の二倍の周波数付近にスペクトル密度顕著な高まりが見えており倍調波の存在を示している。実際、歪度も大きい。にもかかわらず、高波高の波が現れる頻度はレイリー分布よりもはるかに小さい。

非線形度の増大が異常波浪の頻度の増大につながらないことがあることを指摘する研究もある⁶⁾。しかし本実験の結果は全く異なる。風洞水槽発生域では高波高の波浪の頻度が劇的に下がるのである。

この違いを生み出す理由として、風の存在が考えられる。では風を除いた場合はどうなるであろうか。水槽の途中で風を抜いた無風域の波について同様の解析をしたところ、非線形性は発生域に比べて小さくなるが、波高分布は模擬計算に近い結果になった。有義波高の二倍をこえる波も少ないが現れるようになる。

以上の結果は、基準風速や計測点を変えても定性的に同じであった。どれも 30 万波以上の統計なのだからその信頼性は高い。発生域の定常風が高波高の波の発生を制御することは疑いないことと思われる。

4. 結 言

ストークス波の低次の特徴を加味しただけの純確率模型で高波高の出現頻度を調べた。その結果、この模型が、忠実に時間発展を追う直接模擬計算で得た波高分布⁶⁾と同じ傾向を持つことがわかった。すなわち、非線形波浪の倍調、三倍調の効果を入れると大波高の波が出現する確率はレイリー分布より大きくなり得る。四波共鳴といっ

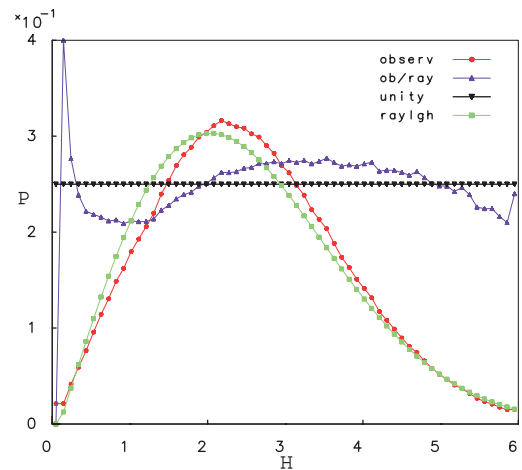
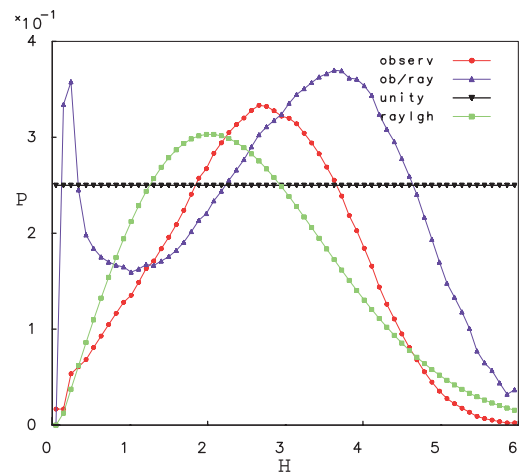


Fig. 5 Histogram of waveheights of waves generated in the wind-flume, where the reference wind speed U_r was 12.5 m/s: generation area (upper panel) and decay area (lower panel). The green curves denote the theoretical Rayleigh distribution, the red ones the observed histogram, and the blue ones the ratios of the latter and the former. The horizontal black line indicates the level of unity for the ratio.

た複雑で高次の非線形性がなくても低次の非線形確率過程とするだけで高波高の波の出現頻度が上がるということである。但しこのような確率模型が実波浪にどの程度対応するかについては実験・観測に基づく吟味・検証が必要になってくる。

後半では、長時間風洞水槽実験により実際の波高分布を求めた。その結果は、風域の波浪の波高分布に関する従来の定説と概念を覆すものであった。今回の模擬実験だけでなく最近の多くの研究は、非線形性が強いほど異常波浪が出現しやすいことを示唆する。風洞水槽内の発

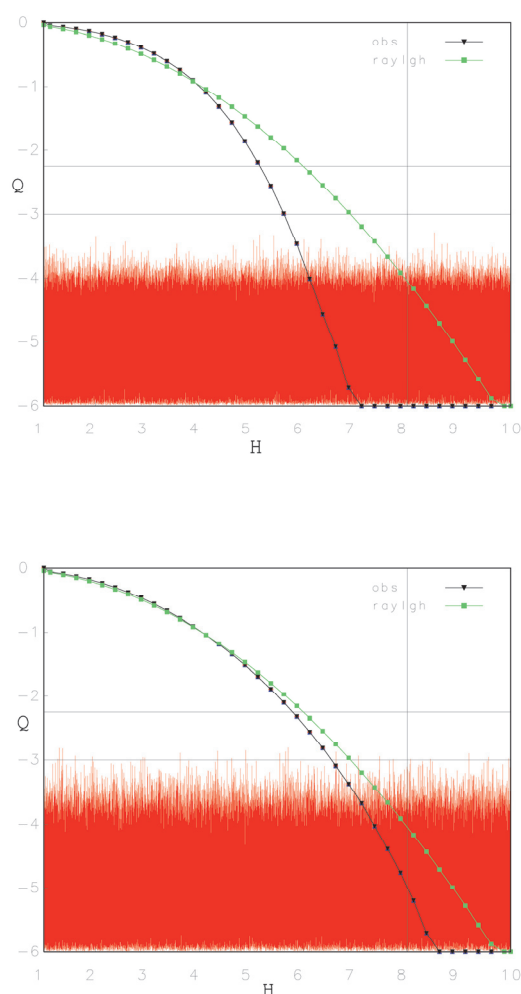


Fig. 6 The same as Fig. 3 except that the graphs are for wind waves in generation area (upper panel) and in decay area (lower panel), where the reference wind speed U_r was 12.5 m/s. The black curves denote the observed ones and the green ones are exactly the same as in Fig. 3, corresponding to the Rayleigh distribution. In the lower part of each panel, the waveheights of individual waves are shown by red lines as a kind of time series.

生成域の波浪では海上の波浪より非線形性が強い。ということは風洞水槽発生域でこそ異常波浪が現れやすいということになりそうなものである。しかしながら実際に測定してみると、異常波浪の出現頻度はレイリー分布による推定よりも遙かに小さいものであった。高波高の頻度だけでなく有義波高付近（主要域）の分布として見てもレイリー分布から顕著に外れていた。寧ろ非線形度の小さな風洞水槽減衰域の波浪の方がレイリー分布に近く高波高の波も現れやすかった。この結果は、風的作用を受ける不規則風波の統計について重要な問題を提起するもの

である。

当初は無意識に異常波浪を海洋災害と結びつけ「強風時に高い波と異常波浪が現れる」のではないかと考えていた。しかし、ここで得た結果から推論すると寧ろ弱い風のときにこそ異常波浪が現れやすいのかもしれない。側帯波不安定のような非線形現象が、強風域ではそれほど明瞭でないことも付け加えておくべきだろう。

参考文献

- 1) Longuet-Higgins, M. S., "On the statistical distribution of the heights of sea waves", *J. Mar. Res.*, **9**, (1952) pp. 245-266.
- 2) Kharrif, C. and Pelinovsky, E., *Eur. J. Mech. B/Fluids*, **22**, (2003) pp. 603-634. "Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon",
- 3) 安田孝志, 森信人, 林修一, "日本近海における Freak Wave の出現確率について", *海岸工学論文集*, **39**, (2003) pp. 131-135.
- 4) Jansen, P. A. E. M., "Nonlinear four-wave interactions and freak waves", *J. Phys. Oceanogr.*, **33** (4), (2003) pp. 2001-2018.
- 5) 辻英一, 及川正行, A. V. Porubov, "KP 方程式による孤立波相互作用と Rogue Wave との関連について", *応用力学研究所研究集会報告*, No.16ME-S1 Article No.32 (2005)
- 6) 田中光宏, "海洋波スペクトルの短時間発展における共鳴相互作用の役割, および freak wave の出現確率と非線形性の関連について", *応用力学研究所研究集会報告*, No.17SP1-2, (2006) pp. 23-40.
- 7) 早稲田卓爾, 木下健, 木下信, 亀岡福太郎, 栗本優, "変調波列における最大波について, 水槽実験と弱非線形計算の比較", *応用力学研究所研究集会報告*, No.17SP1-2, (2006) pp. 54-57.
- 8) Masuda, A., Kuo, Y.-Y., Mitsuyasu, H., "On the dispersion relation of random gravity waves, Part I, Theoretical framework", *J. Fluid Mech.*, **92**, (1979), pp. 717-730.
- 9) Mitsuyasu, H., Kuo, Y.-Y., Masuda, A., "On the dispersion relation of random gravity waves, Part II, An experiment", *J. Fluid Mech.*, **92**, (1979), pp. 731-749.
- 10) 増田章, "波浪の高次スペクトルと非線形性", *スペクトル解析ハンドブック*, 日野幹雄編, 朝倉書店, (2004) pp. 214-219.