

超音速キャビティ流れにおける新しい振動モデルの実験的検証

小野 大輔^{*1}・半田 太郎^{*2†}

(平成22年4月30日 受理)

Experimental Verification of a New Model of Acoustic Oscillations in Supersonic Cavity Flows

Daisuke ONO and Taro HANDA

[†]E-mail of corresponding author: t.handa@kyudai.jp

In this paper, we experimentally verify a new model of the acoustic oscillation that is observed in supersonic flows over a rectangular cavity. This model was developed previously in order to understand why the jump in the predominant oscillation frequency occurred when the length-to-depth ratio of the cavity was gradually varied. In the present experiment, the target flows are supersonic flows over a rectangular cavity of variable length-to-depth ratios. The inlet Mach number is selected to be 1.65. The length-to-depth ratio of the cavity is varied by changing the depth as the length remains constant. The pressure oscillation is measured by the semiconductor type pressure sensor mounted on the wall downstream of the trailing edge of the cavity, and the predominant frequencies are obtained experimentally for each length-to-depth ratio. Also, the predominant frequencies are calculated by using the model. The results obtained by using the model are found to agree with the experimental results with respect to both the frequency jump and the variation in frequency with the length-to-depth ratio.

Key words: *Supersonic Flow, Cavity Flow, Flow Oscillation*

1. 結 言

壁面上の穴や溝（キャビティ）を通り過ぎる流れをキャビティ流れという。このような流れは自励振動することが知られており、その振動機構はキャビティ内の音響場とせん断層の不安定性が密接に関連し、非常に複雑である。このため、過去に多くの研究^{1)~4)}が行われているものの詳細な流れの振動機構は良く分かっていないのが現状である。キャビティ流れの振動は管路の疲労破壊や騒音の原因となる一方で、スクラムジェットエンジンのように燃料の混合促進に積極的に利用される場合⁵⁾もある。したがって、キャビティ流れの振動機構を解明することが工学上重要となっている。

これまでに超音速キャビティ流れの振動に関して複雑な現象がいくつか報告されているが、これらの現象の一つにキャビティ長さ L と深さ D の比 L/D を徐々に変化させたときに起こる周波数ジャンプがある。この現象はChandraとChakravarthy⁶⁾によって初めて実験的に観測された。彼らは主流マッハ数1.5の超音速キャビティ流れについて L/D を0.25~6.25の範囲で細かく変化させて流れの圧力振動の周波数を測定した。その結果、

$L/D=0.94$ と $L/D=1.5$ で周波数が急激に変化する興味深い現象が観測された。

キャビティ流れの振動モデルが過去にいくつか提案されている。Rossiter²⁾はシャドウグラフ法による可視化結果をもとに、キャビティ前縁から放出する渦と、この渦が後縁に到達したときに発生しキャビティ内を上流に向かって伝播する音波から成るフィードバックループをモデル化し、振動周波数の予測式を提案している。この予測式は現在でも良く用いられており、ある程度の精度でキャビティ流れの振動周波数を予測できる。また、その改良版もHellerら³⁾により提案されている。しかし、RossiterやHellerらの提案した振動モデルでは音波はキャビティの長さ方向に一次的に伝播し、キャビティ底壁での音波の反射が全く考慮されていない。すなわち、深さ D の影響が入っておらず、前述の周波数ジャンプも再現できない。また、TamとBlock⁷⁾、Nishiokaら⁸⁾、AsaiとNishioka⁹⁾はキャビティ底壁の音波の反射を考慮した振動モデルを提案し、ある程度の成功を収めているものの、これらのモデルにおいても周波数ジャンプが再現されておらず、正確に振動現象をモデル化したとは言い難い。

*1 環境エネルギー工学専攻博士課程
(現在 産業技術総合研究所)

*2 エネルギー環境共生工学部門

近年, HandaとMasuda¹⁰⁾はキャビティ内部の二次元音響場をRossiterの振動モデルに組み込むことで, 周波数ジャンプを解析的に再現した. しかしながら, この解析的モデルではキャビティ内部の二次元音響場はHankel関数を含む複素関数で表されており, 計算式が複雑なので周波数ジャンプが起こる物理的理由を考察しづらい. そこで, 彼らは周波数ジャンプが起こる物理的理由を, 後縁から発生する音波およびその底壁での反射波を二次元平面波と置いた簡単なモデルにより説明した. 彼らはこのモデルをシンプルモデル (simple model) と呼んでいる. シンプルモデルではキャビティ内部の音場を単純化しすぎているように思われるが, このモデルにより周波数ジャンプが起こる物理的理由が明らかになった.

シンプルモデルは超音速キャビティ流れの振動機構の本質をとらえており, このモデルによりキャビティ流れの振動周波数を少ない計算量で予測できる可能性があると考えられる. しかしながら, このモデルによって予測される周波数が実験結果と一致するかどうか確認されていない. そこで, 本研究ではシンプルモデルの妥当性を実験的に検証する.

2. キャビティ流れの振動モデル

2.1 Rossiter のモデル

Rossiterはシャドウグラフ法によりキャビティ前縁から発生するせん断層の中を渦が移動している様子を可視化した. この可視化結果をもとに, 彼は次式のような周波数予測式を提案した²⁾.

$$St = \frac{fL}{U_\infty} = \frac{n-r}{M_\infty + \frac{1}{k}} \quad (1)$$

ここで, St はストロハル数, f は振動周波数, U_∞ は主流の速度, M_∞ は主流のマッハ数, n は振動モードを表す整数, r は渦がキャビティ後縁を通過した後に音波が発生するまでの位相遅れを表す定数, k は渦の移動速度 U_c を主流の速度 U_∞ で割った値 $k=U_c/U_\infty$ である.

Rossiterの式(1)の物理的な意味は, この式を別の形,

$$\frac{L}{U_c} + \frac{L}{a_\infty} + \frac{r}{f} = \frac{n}{f} \quad (2)$$

で表した方が分かり易い. ここで, a_∞ は主流の音速である. 上式の左辺第一, 二, 三項はそれぞれキャビティ前縁から発生した渦が後縁に到達するまでの時間, キャビティ後縁から発生した音波が前縁に到達するまでの時間, 渦が後縁に到達してから新たな音波が発生するまでの遅れ時間である. これらの和が周期 $1/f$ の整数倍になるときにフィードバックループが形成される.

Rossiterのモデルではキャビティ内の温度を主流の温度としているが, Hellerら³⁾はキャビティ内の温度は

主流が断熱的によどんだときの温度に等しいとしてキャビティ内の音速 a_{cavity} を次式,

$$a_{cavity} = a_\infty \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

で表し, Rossiterの式(1)を次式のように修正した.

$$St = \frac{n-r}{M_\infty \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{k}} \quad (4)$$

式(2)と同じ形で表すと, 式(4)は,

$$\frac{L}{U_c} + \frac{L}{a_{cavity}} + \frac{r}{f} = \frac{n}{f} \quad (5)$$

となる.

2.2 シンプルモデル

Rossiterのモデルでは, キャビティ底壁での波の反射の影響を考慮していない. そこで, HandaとMasuda¹⁰⁾は, 底壁における反射波の影響によってキャビティ前縁における渦の生成がRossiterのモデルよりも ΔT だけ遅く (早く) なると考え, 次式を提案した.

$$\frac{L}{U_c} + \frac{L}{a_{cavity}} + \frac{r}{f} + \Delta T = \frac{n}{f} \quad (6)$$

ここで, ΔT を位相差 $\Delta\phi$ で表すと,

$$\Delta T = \frac{\Delta\phi}{2\pi f} \quad (7)$$

となる. 式(6)を式(1)や(4)のような形で表すと次式のようなになる.

$$St = \frac{n-r}{M_\infty \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{k}} - \frac{\Delta\phi/2\pi}{M_\infty \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{k}} \quad (8)$$

上式の右辺第二項は, Rossiterの式から計算されるストロハル数 (周波数) からのずれを表し, $\Delta\phi$ に比例する.

HandaとMasuda¹⁰⁾はキャビティ内部の音響場をFig.1のように考えることにより $\Delta\phi$ を決定した. すなわち, キャビティ後縁から発生する音波の放射は単極子線音源Iを置くことにより, キャビティを形成する壁での音波の反射は鏡像音源II ~ IVを置くことにより, それぞ

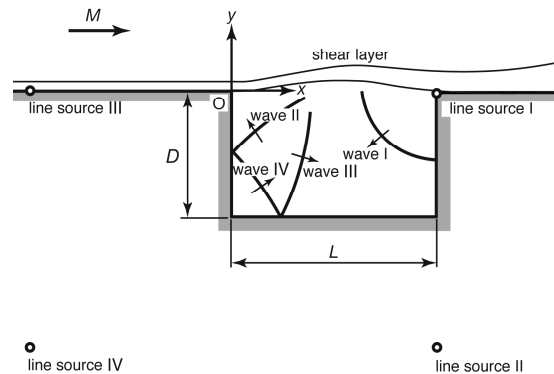


Fig.1 Locations of line sources (Ref.10)

れモデル化した。彼らはこのモデルを解析的モデル (analytical model) と呼んでいる。しかしながら、この方法で振動周波数を求めるためにはHankel関数を計算しなければならないので少々煩わしい。そこで、HandaとMasudaが提案したシンプルモデル (simple model) を以下に示す。なお、以下では音源I, IIから発生する音波をそれぞれ音波I, IIと呼ぶ。

音波IとIIを一次元平面波としてキャビティ前縁Oの圧力変動を表すと、

$$p_o = C \cos \left[2\pi f \left(t - \frac{L}{a_{cavity}} \right) \right] + C \cos \left[2\pi f \left(t - \frac{\sqrt{L^2 + 4D^2}}{a_{cavity}} \right) \right] \quad (9)$$

となる。上式の右辺第一および第二項はそれぞれ、音波IとIIによる圧力変動を表し、 $C (>0)$ はそれらの振幅である。式(9)を変形すると、

$$p_o = C' \cos(2\pi f t - \phi_1) \quad (10)$$

となり、ここで、

$$C' = 2C \cos \left[\frac{\pi f}{a_{cavity}} \left(L - \sqrt{L^2 + 4D^2} \right) \right] \quad (11)$$

$$\phi_1 = \frac{2\pi f \left(L + \sqrt{L^2 + 4D^2} \right)}{2a_{cavity}} \quad (12)$$

である。また、底壁での反射を考慮しない場合の点Oの圧力変動 (Rossiterのモデル) は、

$$p_o = C \cos(2\pi f t - \phi_2) \quad (13)$$

であり、 ϕ_2 は、

$$\phi_2 = \frac{2\pi f L}{a_{cavity}} \quad (14)$$

で表される。結局、位相差 $\Delta\phi$ は m を整数とすると次式のようになる。

$$\Delta\phi = \begin{cases} \phi_1 - \phi_2 - 2\pi m, C' \geq 0, -\frac{\pi}{2} \leq \Delta\phi \leq \frac{\pi}{2} \\ \phi_1 - \phi_2 - 2\pi \left(m - \frac{1}{2} \right), C' < 0, -\frac{\pi}{2} \leq \Delta\phi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (15)$$

上式は $\Delta\phi$ の主値を得るための操作である。HandaとMasudaは式(9)~(15)を用いて周波数ジャンプが起こる理由¹⁰⁾を明らかにした。理由は下記の通りである。

キャビティ流れの振動機構において、キャビティ後縁から発生し、キャビティ内を伝播する音波がフィードバックループの一端を担っている。この音波はキャビティ前縁へ向かって伝播するが、キャビティ底壁で反射し、反射波もキャビティ前縁へ向かって伝播する。したがって、キャビティ前縁では二つの音波が干渉することになる。この二つの音波の重ね合わせの状態ではキャビティ前縁における圧力変動の位相が決まり、この位相はキャビティ深さによって異なる。一方、キャビティ前縁における圧力変動は渦の生成を誘起する。キャビティ深さを少しずつ変化させていくと上述の二

つの音波の干渉の結果、ある深さで前縁における圧力変動の位相は不連続的に変化し、このときに渦が誘起されるタイミングが不連続的に変化する。すなわち、フィードバックループの条件が不連続的に変化し、周波数ジャンプが起こる。

2.3 位相遅れ定数と輸送速度

位相遅れ定数 r はRossiter²⁾により実験的に0.25と決定され、多くの研究者たちはその値を採用している。しかしながら、Rossiterはキャビティ後縁でのせん断層の挙動による音波の発生機構については述べていない。

HellerとBliss¹¹⁾は浅底水槽による可視化結果から、キャビティ後縁でせん断層が下方に変位したときに圧縮波が発生すると述べている。TamとBlock⁷⁾はこの可視化結果から、キャビティ後縁においてせん断層が最も下方に変位したときにキャビティ後縁の圧力が最大になると仮定し、モデルを構築している。しかしながら、最近のNishiokaら⁶⁾の数値解析では上述と反対の結果が得られている。彼らの数値解析によると、圧縮波は後縁でせん断層が最も上方に変位したときに発生する。この結果は位相遅れ定数 r が0であることを意味し、彼らのモデルにおいても $r=0$ としている。本モデルではNishiokaらのモデルと同様に $r=0$ とした。

定数 k として、多くの研究者たちはRossiterが実験から求めた値0.57を用いている。一方、HandaとMasuda¹⁰⁾は、解析的モデルがChandraとChakravarthy⁶⁾の実験結果と合うように最小二乗法を用いて k を求め、 $k=0.50$ を得た。本研究ではこの値を定数 k として採用した。

2.4 計算手法

位相差 $\Delta\phi$ は周波数 f (ストロハル数 St)の関数であり、式(6)または(8)から陽的に周波数を計算するのは困難である。そこで、各 n の値について式(6)または(8)を満たす周波数を数値的に求める。なお、式(6)または(8)は周波数ジャンプが起こる L/D の付近で複数の解を持つので注意が必要である。

3. 実験方法

本実験で用いた風洞は間欠吸込み式の超音速風洞で作動気体は水分含有率5ppm以下の乾燥空気である。作動気体に乾燥空気を用いることで、水蒸気の凝縮の影響を避けることができる。本実験で用いた測定部をFig.2に示す。測定部にはラバルノズルにより加速された一様流が流入する。特性曲線法で設計したラバルノズルの設計出口マッハ数は1.7である。ノズル出口部の側壁で静圧測定を行い、ノズル内の流れを等エントロピー変化と仮定して計算したノズル出口マッハ数は1.65となり、ほぼ設計通りの流れを作り出していることを確認した。キャビティの長さ L は14mmで、深さ D

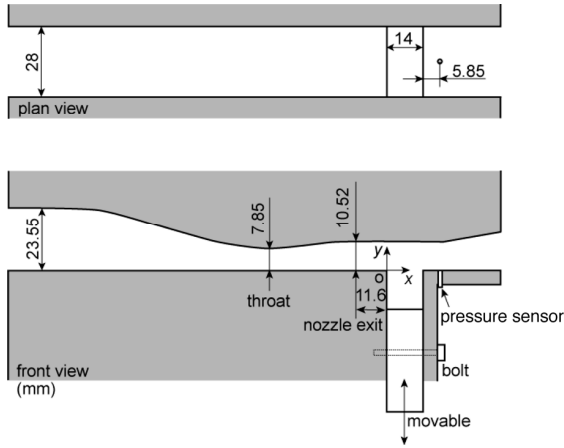


Fig.2 Test duct

は図のように調節可能である。また、測定部の幅は28mmである。

実験はキャビティ深さ $L/D=0.6\sim 8.0$ の範囲で行った。キャビティ後縁から5.85mm下流の位置に半導体型の圧力センサ（キュライト社，XCQ-062型）を設置して圧力の時間変化を測定した。サンプリング周波数は1000kHzで、サンプリング数は32768点とした。測定された圧力の時間変化から圧力変動のパワースペクトル密度を計算した。

4. 結果と考察

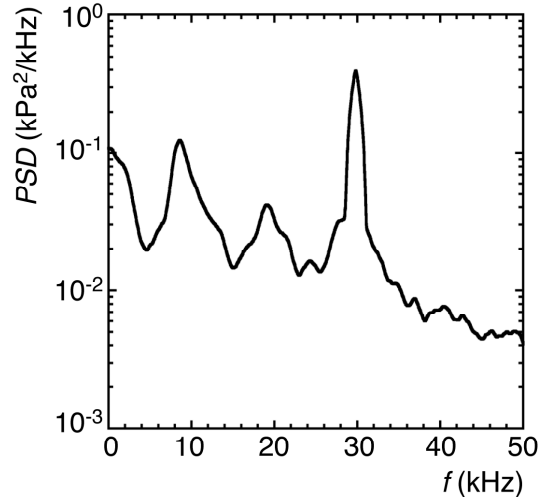
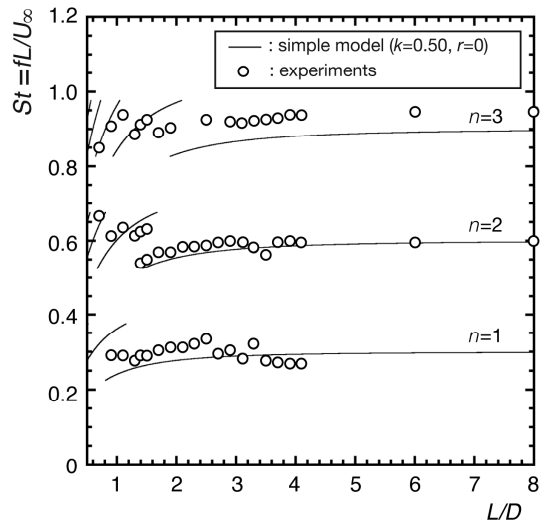
Fig.3に $L/D=3.7$ における圧力変動のパワースペクトル密度分布を示す。図のように、スペクトルには複数の卓越したピークがある。本研究ではこれらのピークにおける周波数をキャビティの卓越振動周波数とし、ストロハル数の計算に用いた。

ストロハル数を L/D についてプロットしたものをFig.4に示す。○は本実験結果、実線はシンプルモデルにより計算した結果である。図よりシンプルモデルは、 $n=2$ の $L/D\sim 0.7, 1.5$ 、 $n=3$ の $L/D\sim 1.1$ における周波数ジャンプをストロハル数の値が若干異なる場合もあるが再現できている。ChandraとChakravarthy⁶⁾の実験では、 $n=2$ の $L/D\sim 1.5$ と $n=3$ の $L/D\sim 1$ においてのみ周波数ジャンプが観測されたが、その他の L/D と n の組み合わせにおいても周波数ジャンプが起こることが本研究により実証された。

また、周波数ジャンプが起こらない L/D の範囲では、 L/D の増加に伴って周波数は緩やかに高くなるが、シンプルモデルはこの周波数の増加も再現できている。

5. 結論

本研究では、HandaとMasudaによって提案されたシンプルモデルを超音速キャビティ流れの振動周波数予測式として実験的に検証した。対象とした流れは流入マッハ数1.65の超音速キャビティ流れで、キャビティ

Fig.3 Power spectral density distribution ($L/D=3.7$)Fig.4 Strouhal number vs. L/D ($M_\infty=1.65$, $L=14\text{mm}$)

長さ L は14mmに固定した。キャビティ深さ D を調節することでパラメータ L/D を変化させた。キャビティ後縁から5.85mm下流の位置に圧力センサを設置し、流れによって発生する圧力の時間変化を測定した。この圧力の時間変化から圧力変動のパワースペクトル密度を計算し、各 L/D における卓越振動周波数を求め、本モデルによる計算値と比較した。その結果、実験ではいくつかの L/D において周波数のジャンプが観測されたが、シンプルモデルによりこれらの周波数ジャンプを再現できた。また、周波数ジャンプが起こらない L/D の範囲では L/D の増加とともに徐々に周波数は高くなることが実験で観測されたが、この周波数の増加もシンプルモデルにより再現できた。

以上、シンプルモデルにより超音速キャビティ振動流れにおける卓越周波数を予測できることが実証された。

参 考 文 献

- 1) Krishnamurty, K., "Acoustic Radiation from Two-dimensional Rectangular Cutouts in Aerodynamic Surfaces," NACA Technical Note No.3487 (1955).
- 2) Rossiter, J.E., "Wind-Tunnel Experiments on the Flow over Rectangular Cavities at Subsonic and Transonic Speeds," Aeronautical Research Council Reports and Memoranda, Report No. 3438 (1964).
- 3) Heller, H.H., Holmes, D.G., and Covert, E.E., "Flow Induced Pressure Oscillations in Shallow Cavities", J. Sound Vib. Vol.18 (1971), pp.545-553.
- 4) Rockwell, D., Naudascher, E., "Review-Self-sustaining Oscillations of Flow past Cavities, " J. Fluid Eng., Vol.100 (1978), pp.152-165.
- 5) Seiner, J.M., Dash, S.M., and Kenzakowski, D.C., "Historical Survey on Enhanced Mixing in Scramjet Engines, " J. Prop. Power, Vol. 17 (2001), pp. 1273-1286.
- 6) Chandra, B.U., and Chakravarthy, S.R., "Experimental Investigation of Cavity-induced Acoustic Oscillations in Confined Supersonic Flow," J. Fluid Eng., Vol. 127 (2005), pp.761-769.
- 7) Tam, C.K.W., and Block, P.J.W., "On the Tones and Pressure Oscillations Induced by Flow over Rectangular Cavities", J. Fluid Mech., Vol.89 (1978), pp.373-399.
- 8) Nishioka, M., Asai, T., Sakaue, S., and Shirai, K., "Some Thoughts on the Mechanism of Supersonic Cavity Flow Oscillations. Part 2. A New Formula for the Oscillation Frequency, " J. Jpn. Soc. Fluid Mech., Vol.21 (2002), pp.368-378.
- 9) Asai, T., and Nishioka, M., "A Theoretical Study on the Mechanism of Supersonic Cavity Flow Oscillation, " J. Jpn. Soc. Fluid Mech., Vol.22 (2003), pp.147-156.
- 10) Handa, T., and Masuda, M., "On the Jump in the Frequency of Acoustic Oscillations in Supersonic Flows over Rectangular Cavity, Phys. Fluids," Vol.21 (2009), 026102.
- 11) Heller, H.H., and Bliss, D.B., "The Physical Mechanism of Flow-induced Pressure Fluctuations in Cavities and Concepts for their Suppression," AIAA Pap. (1975).